

Sieci złożone

CO TO ZNACZY, ŻE UKŁAD JEST ZŁOŻONY?

Jak rozpoznać złożoność

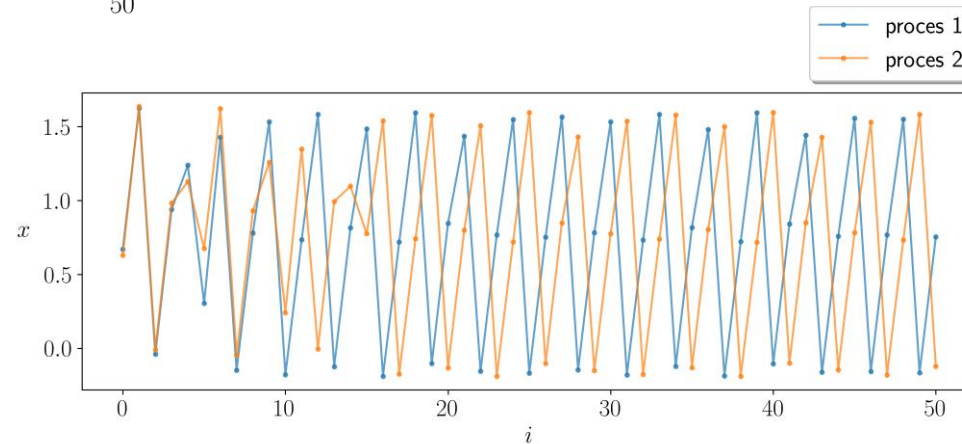
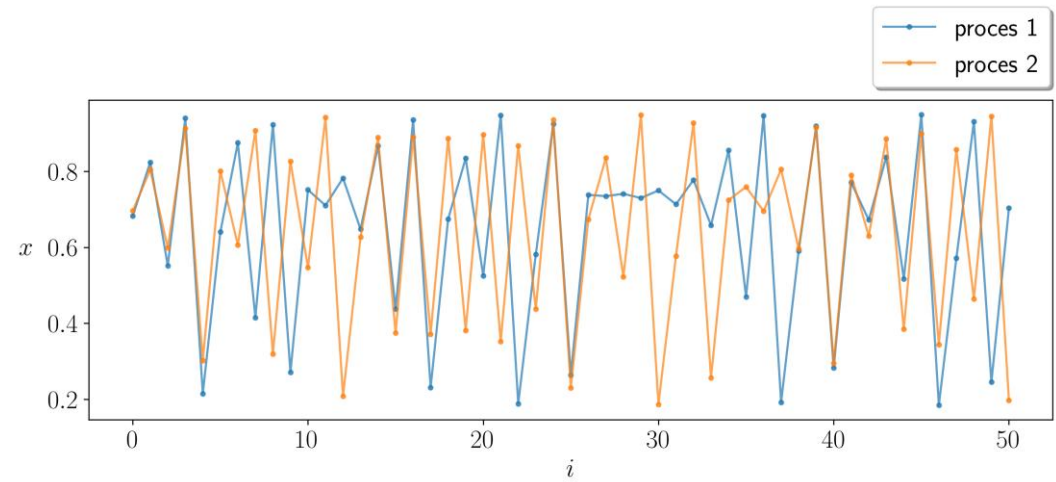
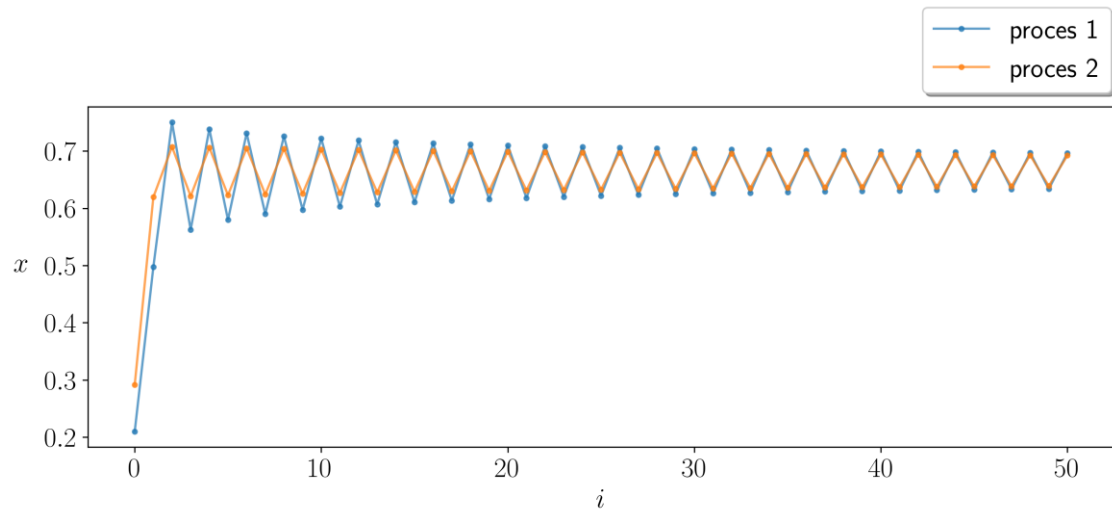
$$x_{i+1} = 3.8x_i(1 - x_i)$$

?

$$x_{i+1} = 2x_i(1 - x_i)$$

$$x_{i+1} = \sin(1.413319x_i) + \cos(1.413319x_i^2)$$

Jak rozpoznać złożoność

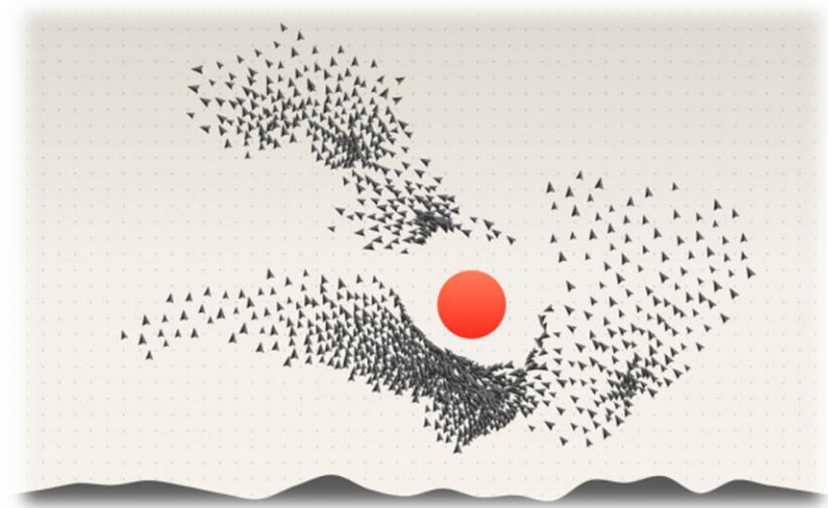


złożoność
przyczyn

złożoność
skutków

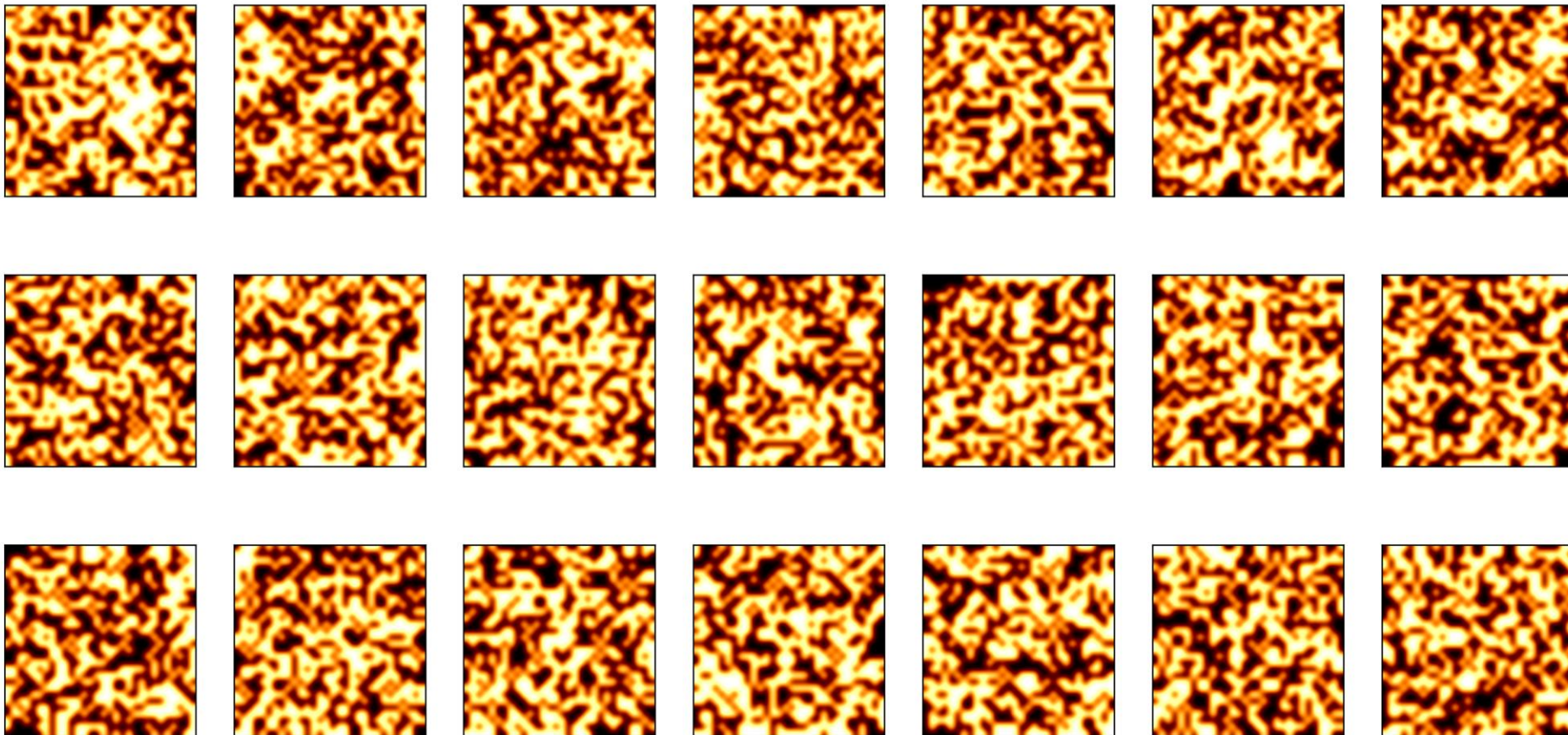
Cechy układów złożonych

- ▶ Wrażliwy na warunki początkowe lub zakłócenia
- ▶ Emergentny (własności systemowe)
- ▶ Bogaty w interakcje
- ▶ Ewoluuje



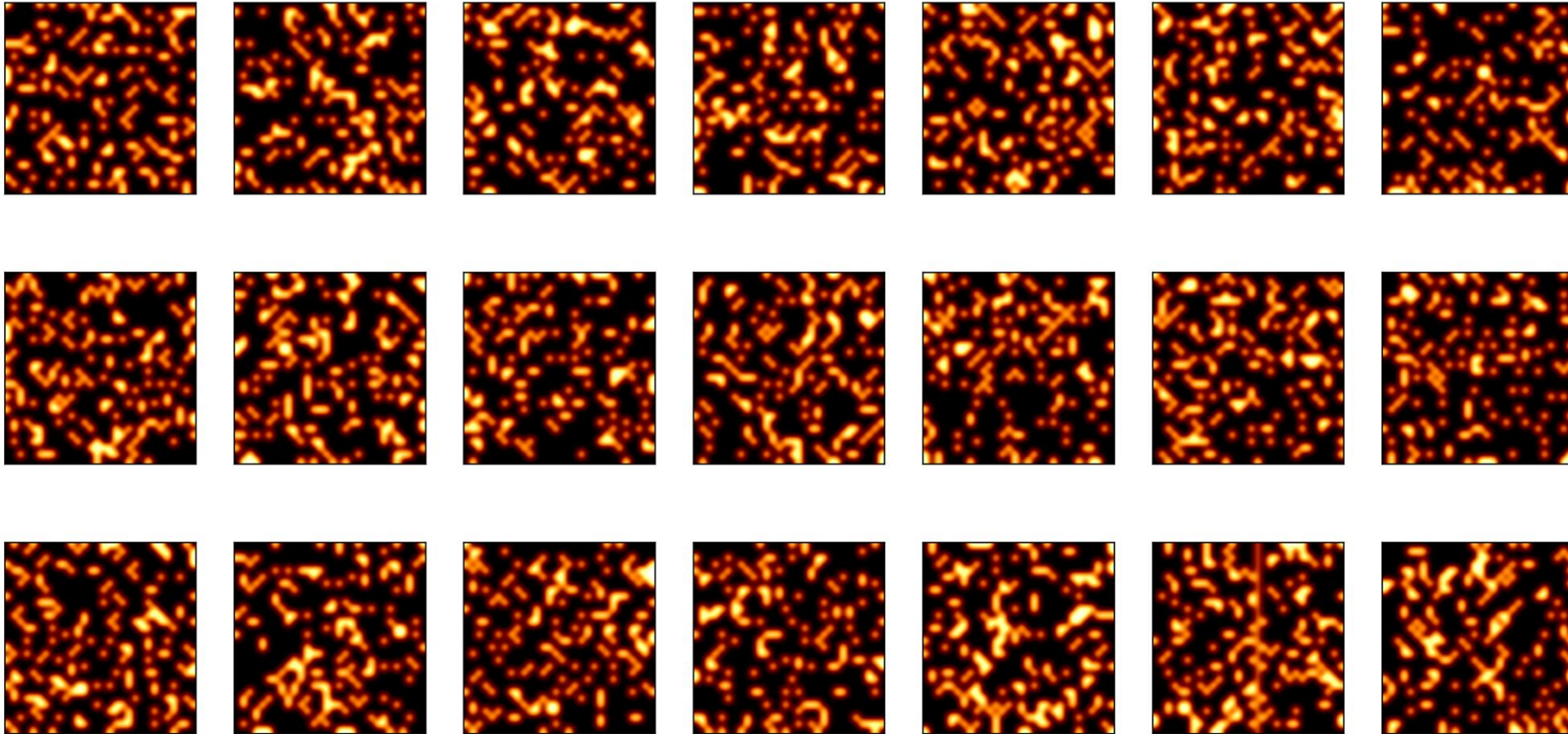
Perkolacja

$P = 0.5$

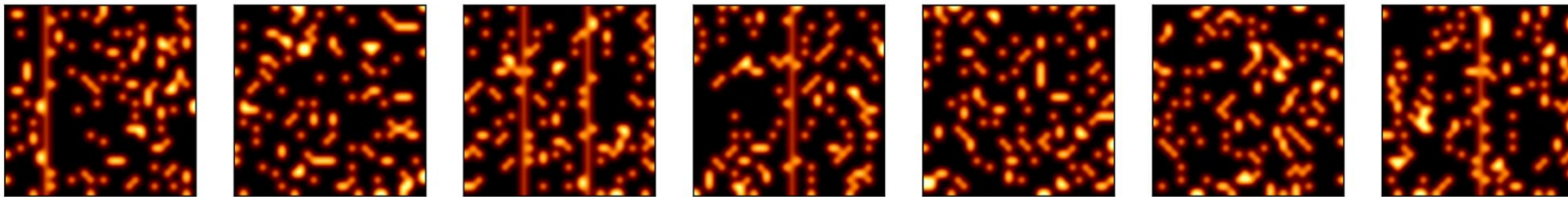


Perkolacja

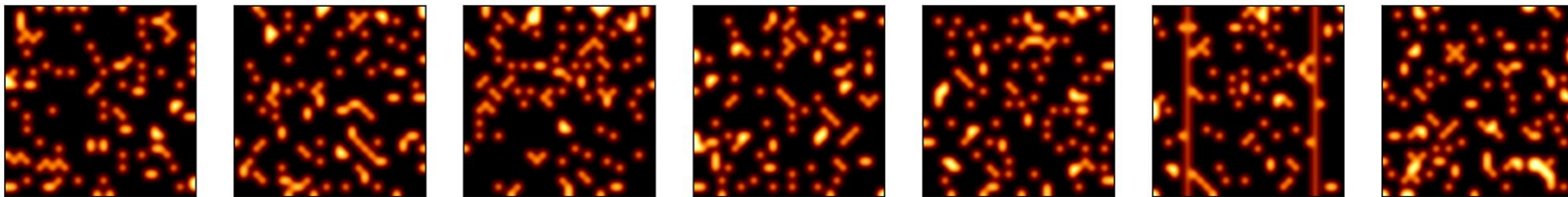
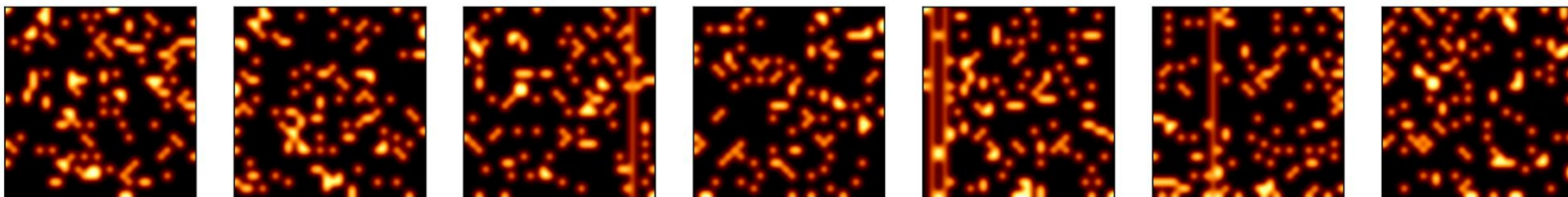
$P = 0.8$



Perkolacja

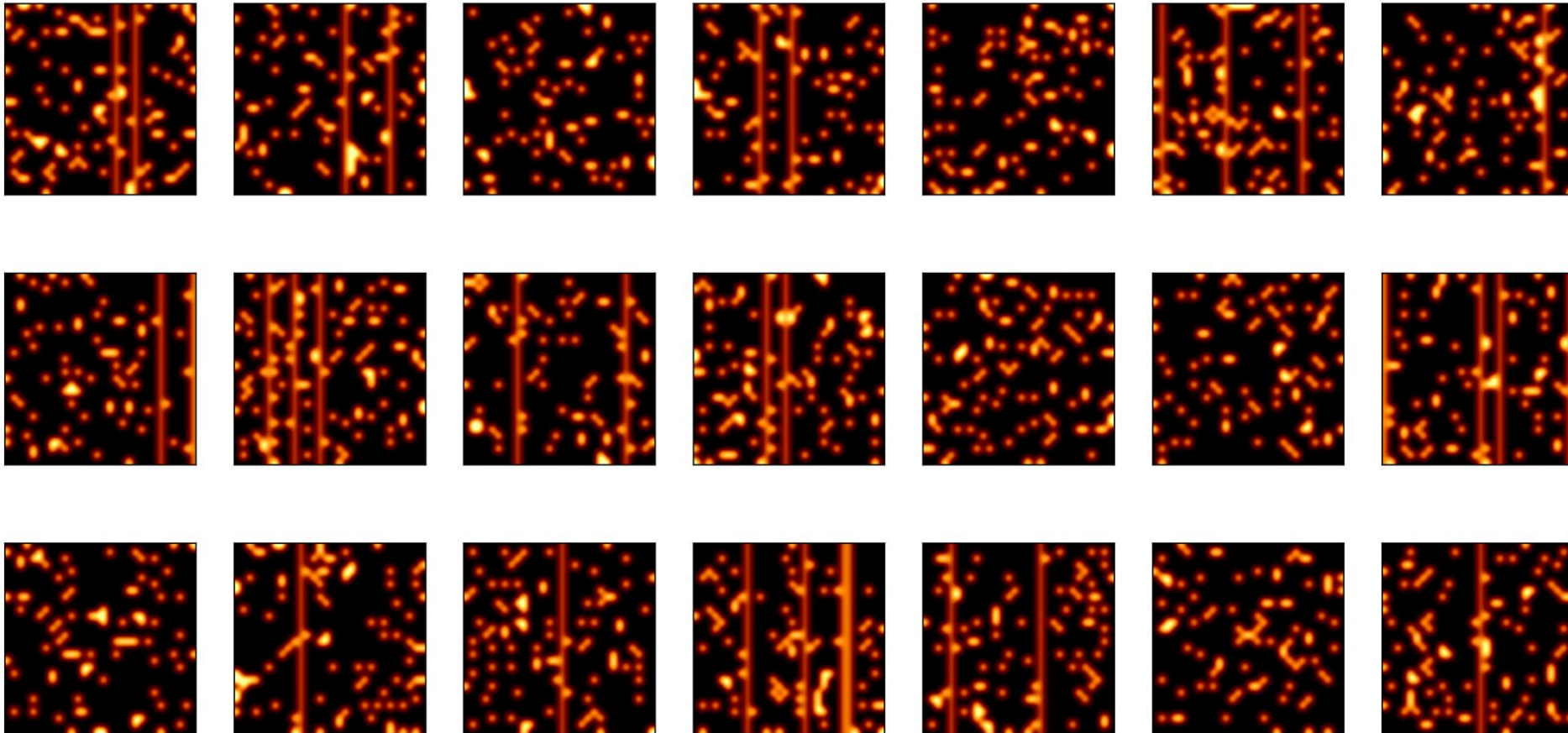


$P = 0.87$

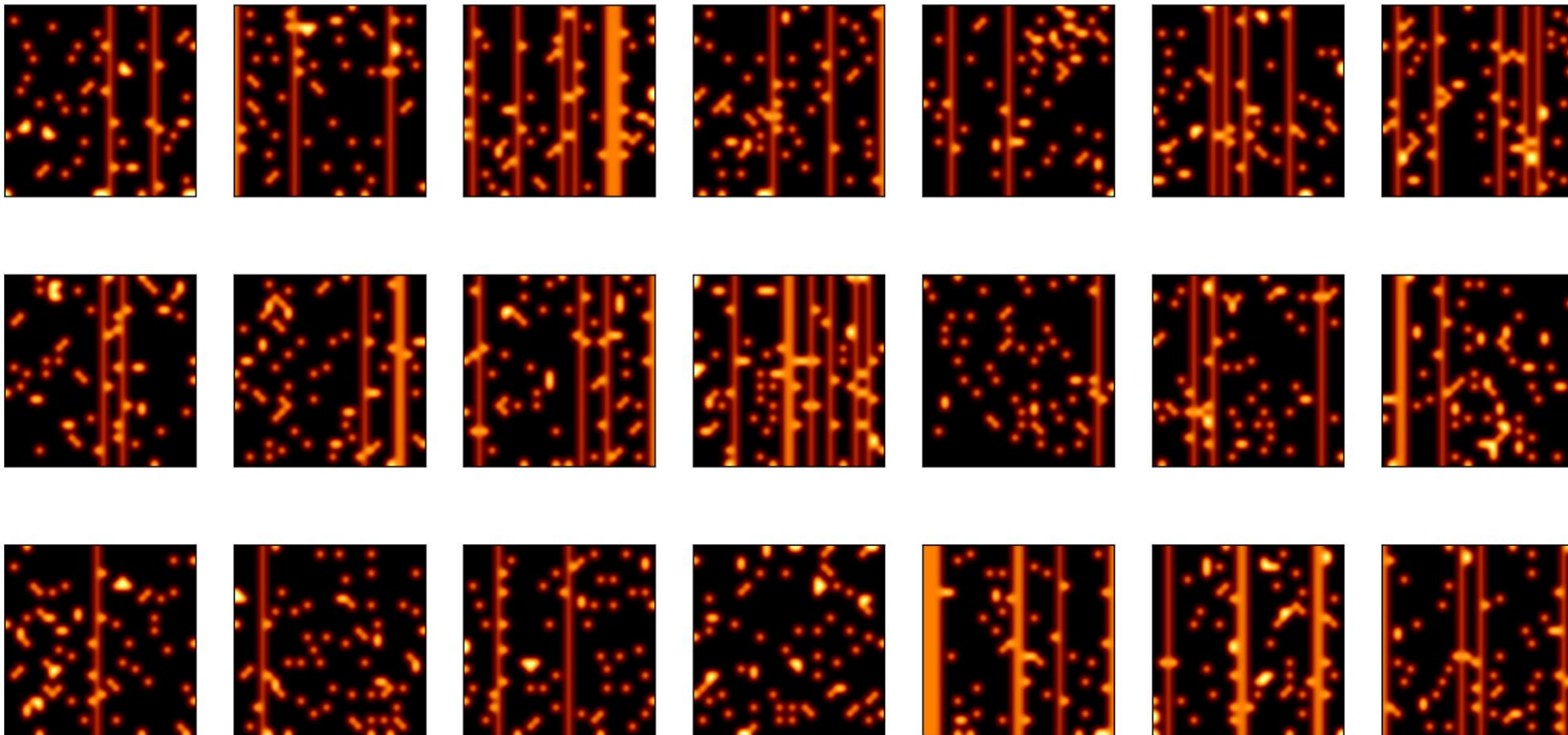


Perkolacja

$P = 0.9$

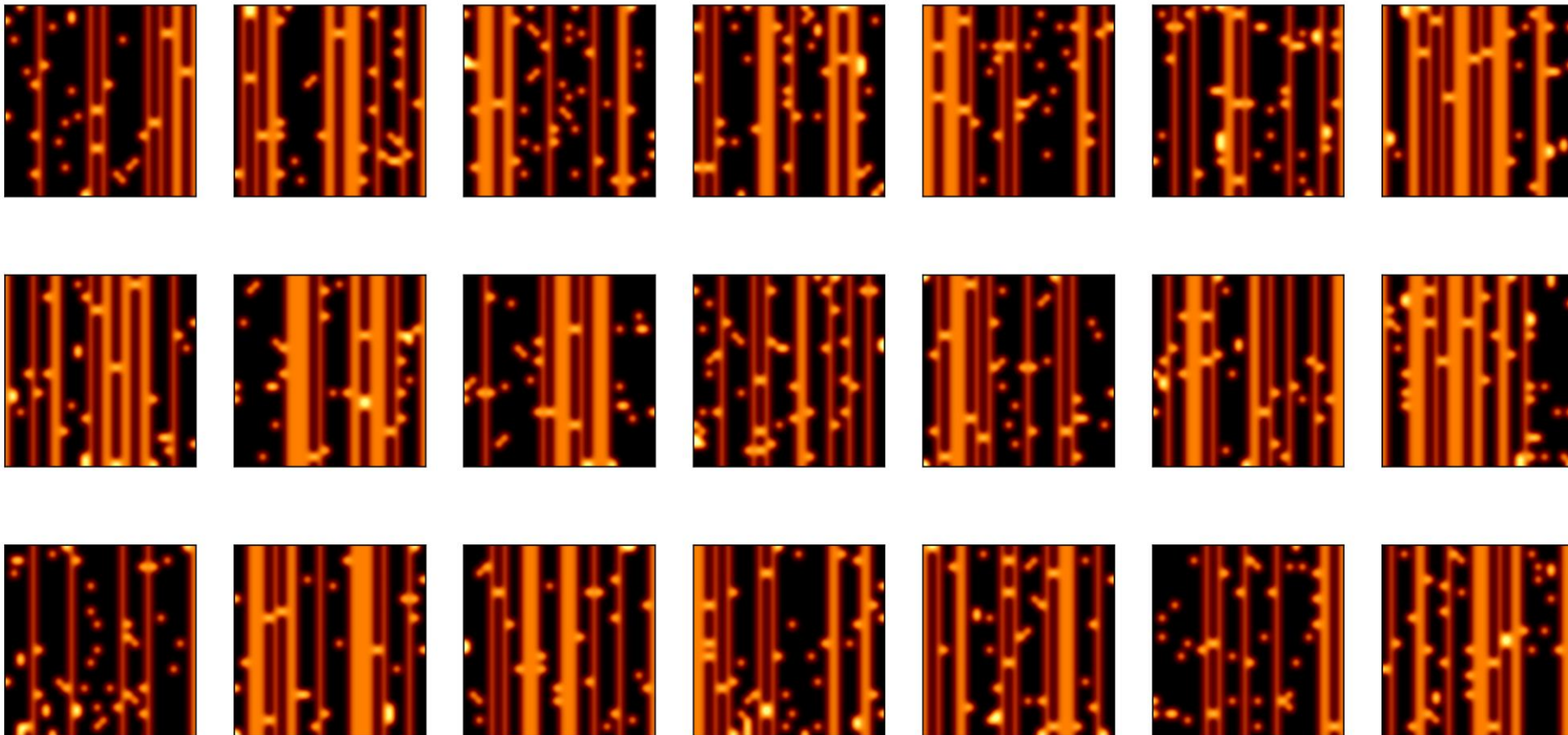


Perkolacja



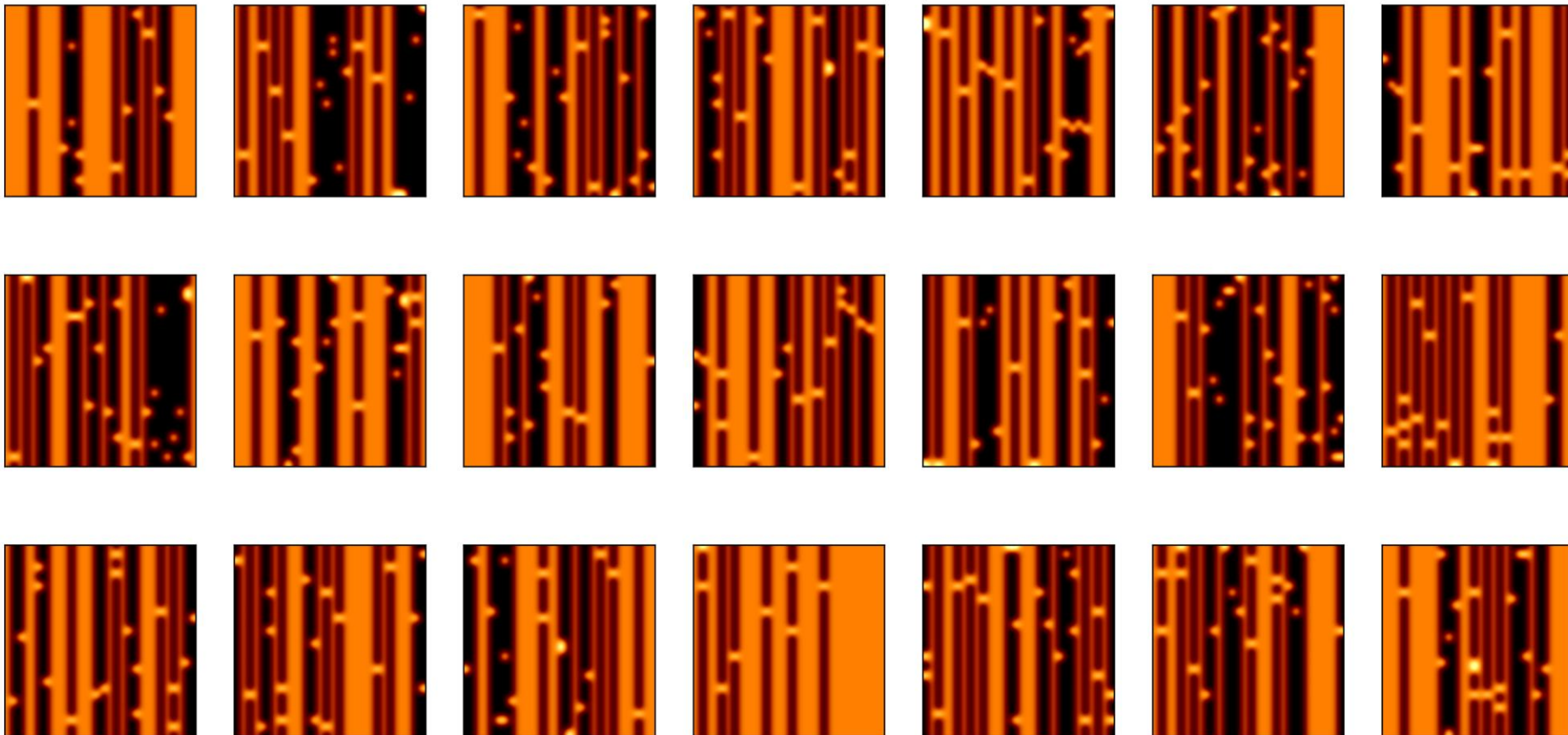
$P = 0.93$

Perkolacja



$P = 0.96$

Perkolacja



$P = 0.98$

Bonus

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

p = 0.9
N, M = 3, 7

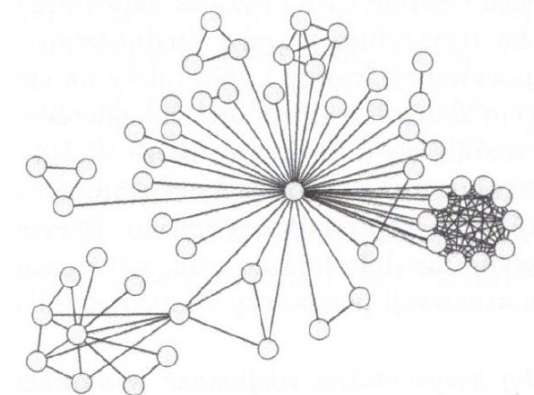
fig, ax = plt.subplots(N,M, figsize=(16,8))
for index in ((i,j) for i in np.arange(N) for j in np.arange(M)):
    A = np.random.choice([0,2], p=[p, 1-p], size=(30,30)).astype(float)
    for col in range(A.shape[1]):
        if (A[:,col] > 0).sum() == 0:
            A[:,col] = 1
    ax[index].imshow(A, interpolation='bicubic', cmap=plt.cm.afmhot)  #nearest, bilinear, bicubic
    ax[index].set_xticks([])
    ax[index].set_yticks([])
plt.savefig('perkolacja.png', dpi=300, facecolor='white', bbox_inches = 'tight', pad_inches = 0.1)
plt.show()
```

Przemiany fazowe

- ▶ Perkolacja to przykład ciągłej przemiany fazowej
 - ▶ powyżej **progu perkolacji** pojawiają się **zdarzenia ekstremalne**, o skali porównywanej z rozmiarami całego układu
- ▶ Samoorganizacja i **dalekozasięgowe korelacje** (przestrzenna bezskalowość)
- ▶ W pobliżu punktów krytycznych układy stają się bezskalowe

Sieci małych światów

- ▶ Średnia odległość l
- ▶ Zwykle są **rzadkie** (krawędzi niewiele więcej niż wierzchołków)
- ▶ **Łatwość propagacji** informacji, towarów, zagrożeń
- ▶ **Hierarchiczna** struktura połączeń
- ▶ Eksperyment Milgrama (1967)
 - ▶ średnio 6 „uścisków dłoni” (3.6 na Facebooku w 2016, 16 między stronami www)
 - ▶ liczba Bacona, liczba Erdősa
- ▶ Sieci ultramałych światów $2 < \alpha < 3$
- ▶ **Bezskalowość i małe światy**: czy mogą „żyć” bez siebie?



Średnie odległości

▶ Graf przypadkowy $l \sim \frac{\ln N}{\ln \langle k \rangle}$

▶ Siatka kwadratowa $l \sim \sqrt{N}$

▶ Sieć bezskalowa $l \propto \ln N$, gdy $\alpha > 3$

$$l \propto \frac{\ln N}{\ln \ln N}, \quad \text{gdy } \alpha = 3$$

$$l \propto \ln \ln N, \quad \text{gdy } \alpha \in (2, 3) \quad \text{efekt ultramałych światów}$$

KONIEC